$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^{k}\times(1-p)^{n-k}$$

loi binomiale : exercices

Exercice 1

X suit une loi binomiale de paramètres n = 4 et p = 0,28. $1-p=0{,}72$
Calculer, en arrondissant à 10^{-2} :

1. P(X=0) : $P(X=0)=0{,}72^4$

$$P(X=0)=\binom{4}{0}0{,}28^0\times0{,}72^4 = 1\times1\times0{,}72^4=0{,}26$$

2. P(X=1) :

$$P(X=1)=\binom{4}{1}0{,}28^1\times0{,}72^3 = 4\times0{,}28\times0{,}72^3=0{,}44$$

3. P(X=2) :

$$P(X=2)=\binom{4}{2}0{,}28^2\times0{,}72^2 = 6\times0{,}28^2\times0{,}72^2=0{,}24$$

4. P(X⩽ 2) :

$$P(X\leq2)=0{,}26+0{,}44+0{,}24 = 0{,}94$$

Exercice 2

X suit une loi binomiale de paramètres n = 7 et p = 0,58. $1-p=0{,}42$
Calculer, en arrondissant à 10^{-2} :

1. P(X=0) :

$$P(X=0)=\binom{7}{0}\times0{,}58^0\times0{,}42^7 = 0{,}42^7=0{,}0023$$

2. P(X=1) :

$$P(X=1)=\binom{7}{1}\times0{,}58^1\times0{,}42^6 = 7\times0{,}58\times0{,}42^6=0{,}022$$

3. P(X=2) :

$$P(X=2)=\binom{7}{2}\times0{,}58^2\times0{,}42^5 = 0{,}092$$

$\boxed{0\ 1}$ $\boxed{2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7}$

4. P(X⩾ 2) : $\{\leq1\}$

$$P(X\leq1)=P(X=0)+P(X=1)=0{,}0243$$

$$P(X\geq2)=1-0{,}0243=0{,}98$$

Exercice 3

Nino, qui joue au ping-pong, gagne 60 % de ses parties. Il joue huit matchs par semaine lors de ses entraînements.

$60/100 = 0{,}6$

1. On admet que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.

$n = 8 \quad p = 0{,}6 \quad 1 - p = 0{,}4$

2. Calculer P(X = 6). Arrondir au millième. Interpréter le résultat dans le contexte.

$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = 28$

$P(X=6) = 28 \times 0{,}6^6 \times 0{,}4^2 = 0{,}21$

$28 \times 0.6^6 \times 0.4^2$

0.20901888

Exercice 4

Une urne contient 2 boules gagnantes et 8 boules perdantes. Julien tire au hasard 3 fois de suite une boule en la remettant à chaque fois dans l'urne. On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules gagnantes.

1. Quelle est la loi suivie par X? ~~Justifier~~.

loi binomiale de paramètre $n = 3$ $p = \frac{2}{10} = 0{,}2$

2. Calculer la probabilité P(X = 2) et interpréter ce résultat dans le contexte.

$P(X=2) = \binom{3}{2} \times 0{,}2^2 \times 0{,}8^1 = 3 \times 0{,}04 \times 0{,}8 = 0{,}096$

3. Calculer la probabilité P(X ⩾ 2) et interpréter ce résultat dans le contexte.

$P(X=3) = 1 \times 0{,}2^3 \times 0{,}8^0 = 0{,}08$

$P(X \geqslant 2) = 0{,}176$

Exercice 5

Dans une grande ville, 8 % des élèves ont eu une mention très bien au baccalauréat.
Un journaliste interviewe au hasard 4 élèves. On suppose que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves interrogés par le journaliste ayant eu une mention très bien au baccalauréat.

1. Quelles sont les valeurs prises par X?

0 1 2 3 ou 4

$8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$

2. On admet que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

$n = 4 \quad p = 0{,}08$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1

3. Calculer P(X = 0). Arrondir au centième. Interpréter le résultat dans le contexte.

$P(X=0) = \binom{4}{0} \times 0{,}08^0 \times 0{,}92^4$

$= 0{,}92^4 = 0{,}72$

4. Quelle est la probabilité que le journaliste interviewe exactement un élève ayant eu une mention très bien ?

$P(X=1) = \underbrace{\binom{4}{1}}_{4} \times 0{,}08^1 \times 0{,}92^3 = 0{,}25$

5. Quelle est la probabilité que le journaliste interviewe au moins un élève ayant eu une mention très bien ?

$P(X \geqslant 1) = 1 - 0{,}72 = 0{,}28$

Exercice 6

Après fabrication, la probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à $5 \times 10^{\cancel{-2}\,-3}$. Dans un lot de 100 résistances, quelle est la probabilité d'avoir exactement deux résistances défectueuses ? Arrondir au millième.

$n = 100 \qquad p = 0{,}005$

$P(X=2) = \binom{100}{2} \times 0{,}005^2 \times 0{,}995^{98}$

$= 4950 \times 0{,}005^2 \times 0{,}995^{98}$

Exercice 7

Lucie a observé que son chat, lorsqu'il chasse un mulot, parvient à l'attraper dans 90% des cas. Il chasse 5 fois chaque semaine. On admet que les résultats sont indépendants les uns des autres.

$90\% = \frac{90}{100}$

1. Définir une variable aléatoire X suivant une loi binomiale, et préciser ses paramètres.

$n = 5 \qquad p = 0{,}9$

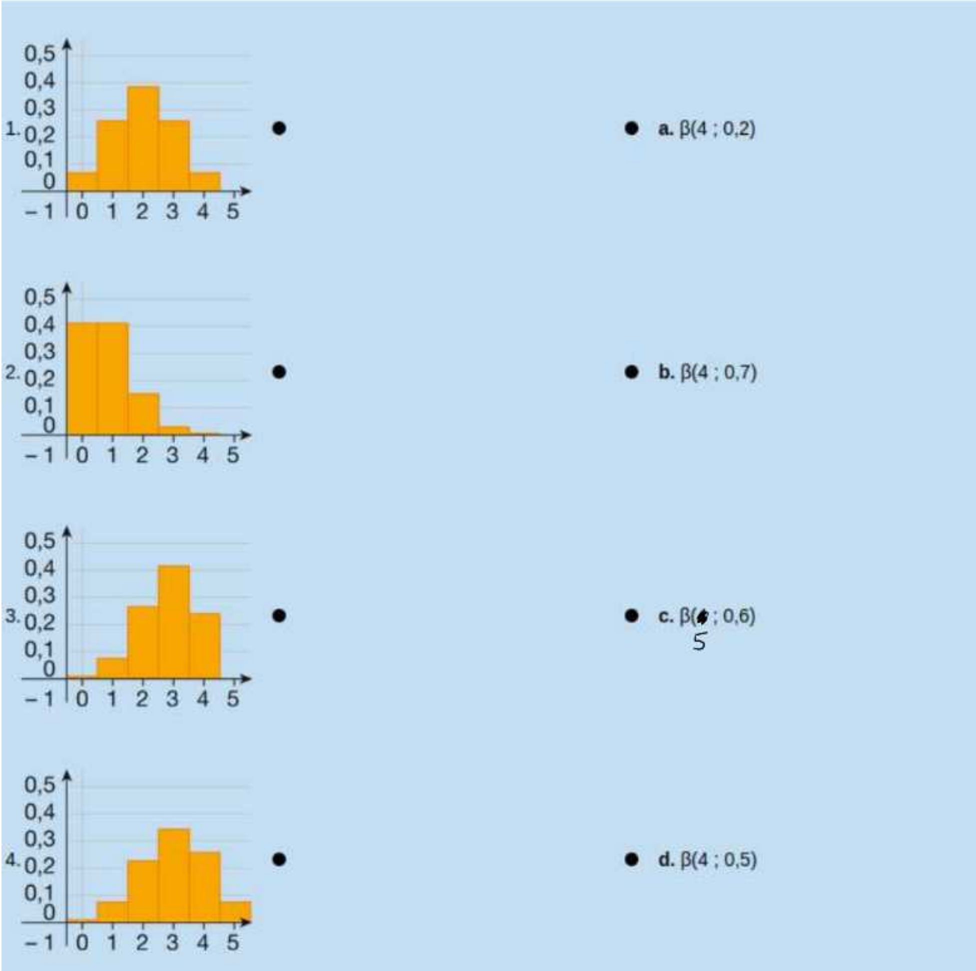
2. Quelle est la probabilité que le chat attrape les 5 mulots qu'il aura chassé ? Arrondir à 10^{-3}.

pour jeudi

3. Si le chat reproduit cette expérience un grand nombre de fois, combien de mulots peut-il espérer attraper chaque semaine ?

pour jeudi

Exercice 8
Associer chacun des graphiques à sa loi binomiale.



hors programme

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

	0	1	2	3		
0	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{1\times 2\times 3\times 4\times 5}{1\times 2\times 1\times 2\times 3} = 10$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{1\times 2\times 3\times 4}{1\times 2\times 1\times 2} = 6$$