

**Probabilités**

$\Omega$  omega

**I] Expérience aléatoire**

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont les résultats possibles sont connus sans que l'on puisse déterminer lequel sera réalisé.
- Une **issue** est un des résultats possibles d'une expérience aléatoire.
- L'**univers** associé à une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes ses issues possibles.

Ex: on jette un dé  
 une issue: « faire 6 »  
 $\Omega = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6 \}$

**II] Loi de probabilité**

Définir une loi de probabilité pour une expérience aléatoire dont l'univers est  $\Omega = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$  consiste à attribuer à chacune des issues un nombre  $p_i$  positif ou nul, appelé probabilité, tel que  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ .  
 En répétant un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de chaque issue se stabilise autour d'une valeur. Il est donc raisonnable de prendre cette valeur comme probabilité de l'issue.

Exemple :

• Pour l'expérience précédente:  
 $p_1 = \frac{1}{6}$     $p_2 = \frac{1}{6}$    ...    $p_6 = \frac{1}{6}$

• Lancer deux dés et faire la somme.  $\Omega = \{ 2; 3; \dots; 12 \}$   
 probabilité de somme 7 = 0,16

Situation d'équiprobabilité :

Si tous les événements élémentaires ont la même probabilité

- 2 : 0.0258
- 3 : 0.0568
- 4 : 0.0807
- 5 : 0.114
- 6 : 0.138
- 7 : 0.163
- 8 : 0.141
- 9 : 0.111
- 10 : 0.0842
- 11 : 0.0561
- 12 : 0.0294

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$\frac{5}{36} = 0,138$

### III] Événement

- Un événement A est un ensemble d'issues : c'est une partie de l'univers  $\Omega$ .
- Une issue  $x_i$  réalise l'événement A lorsque  $x_i$  est un élément de A.
- Un événement élémentaire est un événement qui ne contient qu'une seule issue.  $B$
- Un événement impossible est un événement qui n'est réalisé par aucune issue.  $C$
- Un événement certain est un événement qui est réalisé par toutes les issues.  $D$
- La probabilité de A, notée  $P(A)$ , est la somme des probabilités des issues de A.

Exemple :

On lance deux dé, et on fait la somme

$$\Omega = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

$$A = \{3; 4; 5\} \quad 4 \text{ réalise } A$$

$$B = \{6\} \quad C = \{1\} \quad P(C) = 0$$

$$D: \text{« faire moins que 15 »} \Rightarrow P(D) = 1$$

### IV] Intersection et réunion d'événements

#### 1. Vocabulaire

Soient A et B deux événements d'un univers  $\Omega$ .

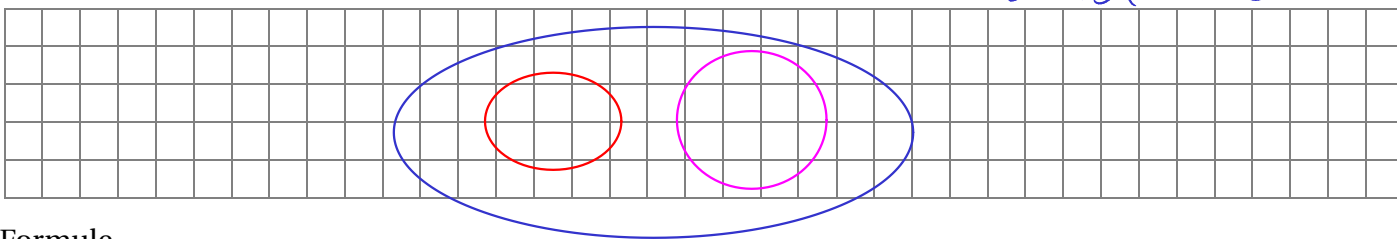
- L'intersection de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B (les deux à la fois).  
notation :

$$A \cap B \quad \leftarrow \text{« A et B »} \rightarrow$$

- La réunion de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B (au moins l'un des deux).  
notation :

$$A \cup B \quad \leftarrow \text{« A ou B »} \rightarrow$$

- Les événements A et B sont incompatibles lorsque  $A \cap B = \emptyset$ .  $\leftarrow$  ensemble vide



#### 2. Formule

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ex: 52 cartes  $R$ : « on tire un roi »  $C$ : « on tire un cœur »

$$P(R) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \quad P(C) = \frac{13}{52}$$

$$P(R \cup C) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} \quad P(R \cap C) = \frac{1}{52}$$

« un roi ou un cœur »  $= \frac{16}{52}$



