

devoir maison : corrigé ...

« On désire fabriquer une casserole en aluminium de contenance 1 litre, de forme cylindrique sans couvercle. Quelles sont les dimensions à donner à cette casserole, afin d'économiser au maximum le métal? »



Pour simplifier le problème, on considère que la casserole est un cylindre de hauteur h et de rayon r . On ne tiendra pas compte du manche de la casserole.

h et r seront exprimés en cm, les aires en cm^2 et les volumes en cm^3 .

- Le volume de la casserole était de 1000 cm^3 , on a : $1000 = \pi \times r^2 \times h$.

On en déduit que $h = \frac{1000}{\pi r^2}$.

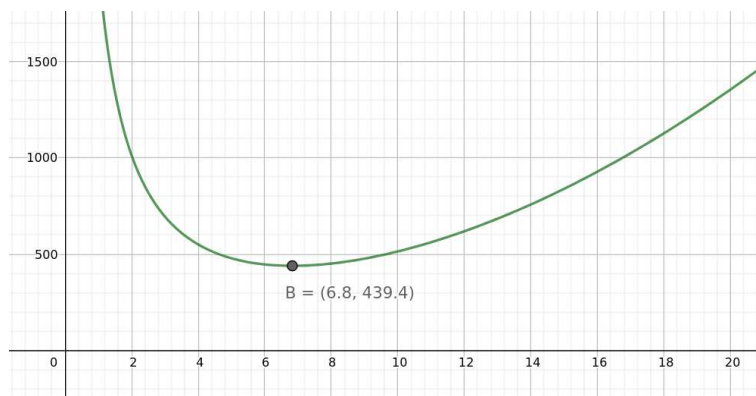
- Cette casserole est constituée du disque de rayon r (d'aire πr^2) et d'un rectangle de hauteur h et de largeur $2\pi r$ (périmètre du disque).

La surface de cette casserole est donc $S = \pi r^2 + h \times 2\pi r$.

On en déduit que $S = \pi r^2 + \frac{1000}{\pi r^2} \times 2\pi r$.

Et donc : $S = \pi r^2 + \frac{2000}{r}$.

- On étudie les variations de la fonction S définie sur $]0 ; +\infty[$ par $S(x) = \pi x^2 + \frac{2000}{x}$, à l'aide du logiciel GeoGebra.



La surface semble minimale pour un rayon de 6,8 cm.

La hauteur de la casserole est alors $h \approx \frac{1000}{\pi \times 6,8^2} \approx 6,88$.

- Il semble donc que la forme de casserole qui utilise le moins de métal a une hauteur égale à son rayon (6,8 cm environ pour une casserole d'un litre).
- Cette propriété se vérifie sur la plupart des casseroles, mais pas toujours... Il existe par exemple des «casseroles hautes».

