

Probabilités : loi binomiale

I] Activité d'introduction

1. On lance 1 dé et on s'intéresse au nombre X de six. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

$B\left(1; \frac{1}{6}\right)$

| | | |
|------------|---------------|---------------|
| x_i | 0 | 1 |
| $P(X=x_i)$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$E(X) = 0 \times \frac{5}{6} + 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

2. On lance 2 dés successivement et on s'intéresse au nombre X de six obtenus. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

| | | | |
|----------|-----------------|-----------------|----------------|
| nb des 6 | 0 | 1 | 2 |
| P | $\frac{25}{36}$ | $\frac{10}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

$$E(X) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

3. On lance 3 dés successivement et on s'intéresse au nombre X de six obtenus. Représenter l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités et exprimer la loi de probabilité dans un tableau. Calculer l'espérance de cette loi de probabilités.

| | | | | |
|-----|-------------------|--|--|-----------------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{125}{216}$ | $3 \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$ | $3 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$ | $\frac{1}{216}$ |
| | | $\frac{75}{216}$ | $\frac{15}{216}$ | |

$$E(X) = \frac{108}{216} = \frac{1}{2}$$

4. etc

La misère!

II] La loi binomiale et le calcul des probabilités en général

$$P(X=n_i) = \frac{n!}{n_i! (n-n_i)!} p^{n_i} (1-p)^{n-n_i}$$

1. Loi binomiale de paramètres n et p .

On répète n fois, de manière indépendante, une expérience de probabilité de succès p , et on compte le nombre X de succès. X suit la

2. Nombre de chemins dans un arbre : le coefficient binomial.

Loi binomiale de paramètres n et p

$\binom{n}{k}$, qui se lit « k parmi n », est le nombre de branches rencontrant k succès dans un arbre à n étages.

Ex. $\binom{3}{1} = 3$ $\binom{3}{0} = 1$ $\binom{3}{2} = 3$



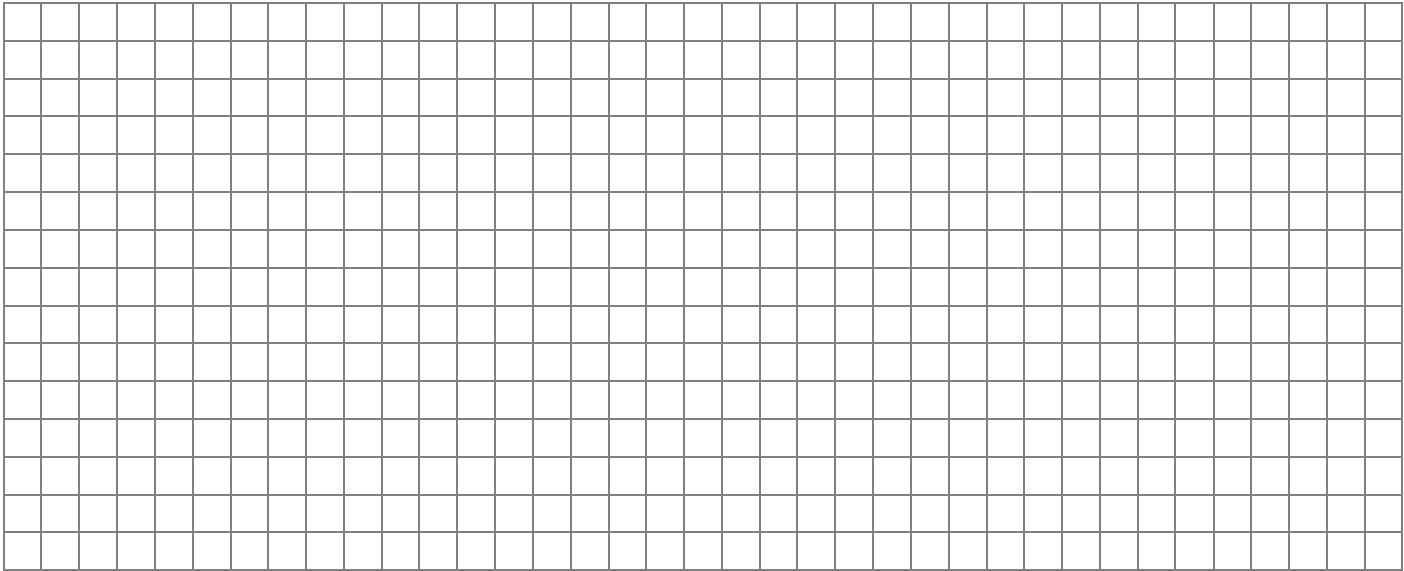
$\binom{4}{0} = 1$ $\binom{4}{1} = 4$ $\binom{4}{2} = 6$ $\binom{4}{3} = 4$

$\binom{4}{4} = 1$

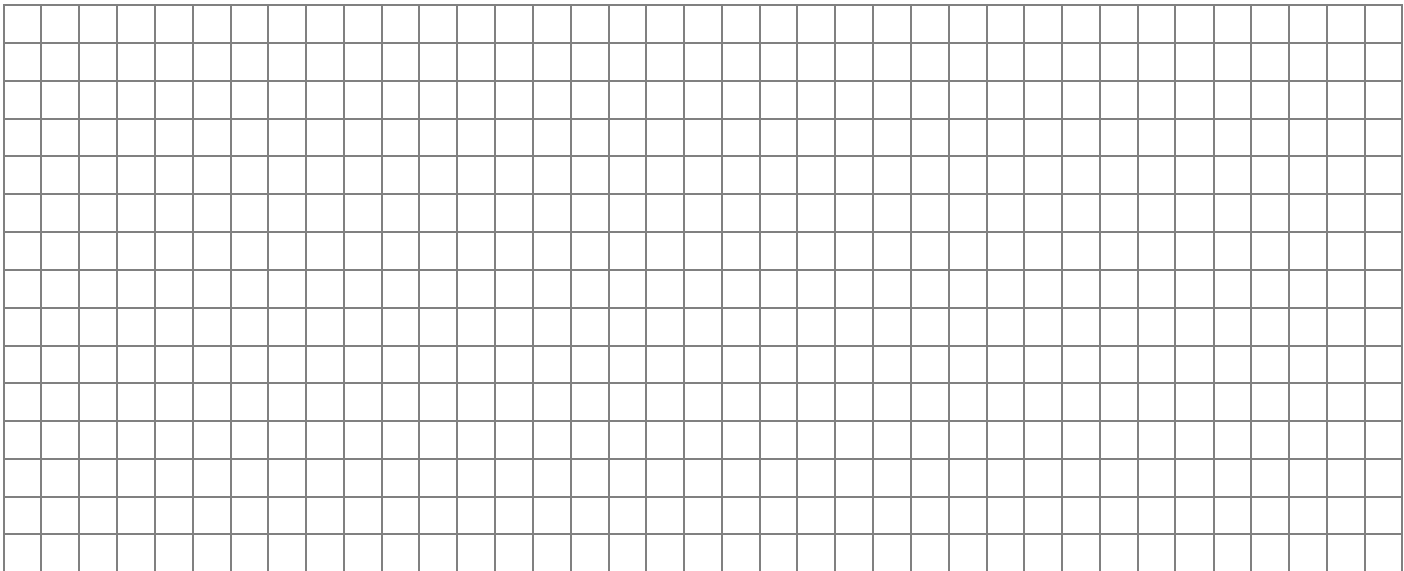
3. Triangle de Pascal.



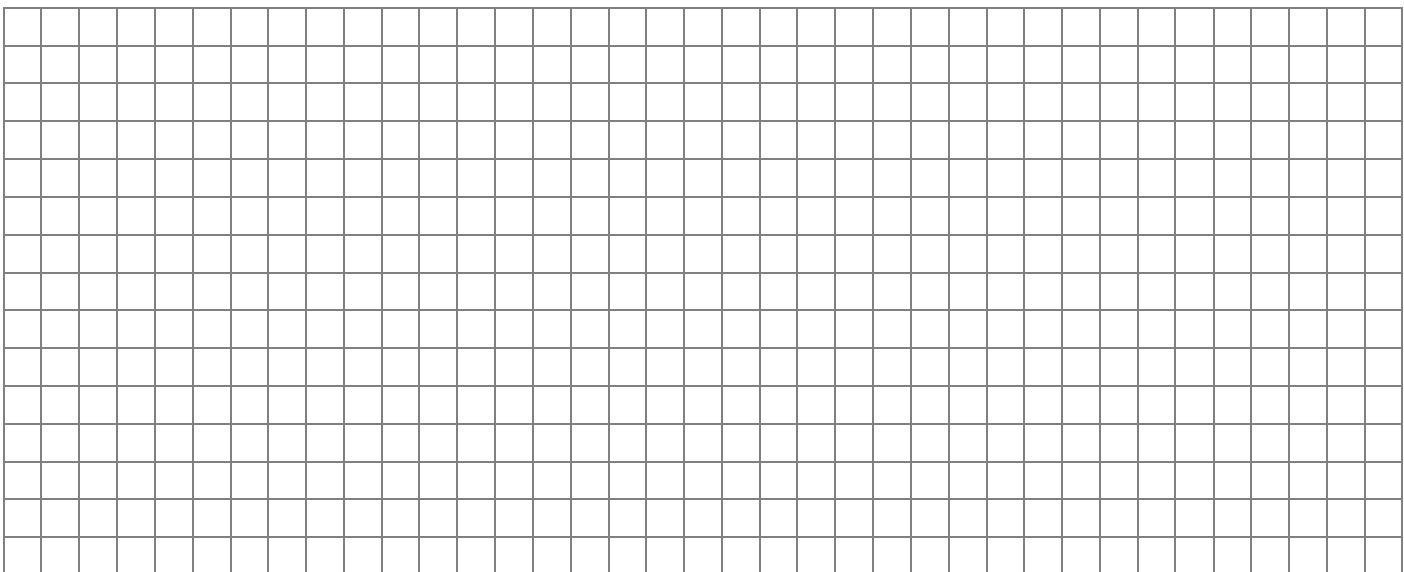
4. La formule



5. Avec Geogebra



6. Espérance d'une loi binomiale.



* 26/10

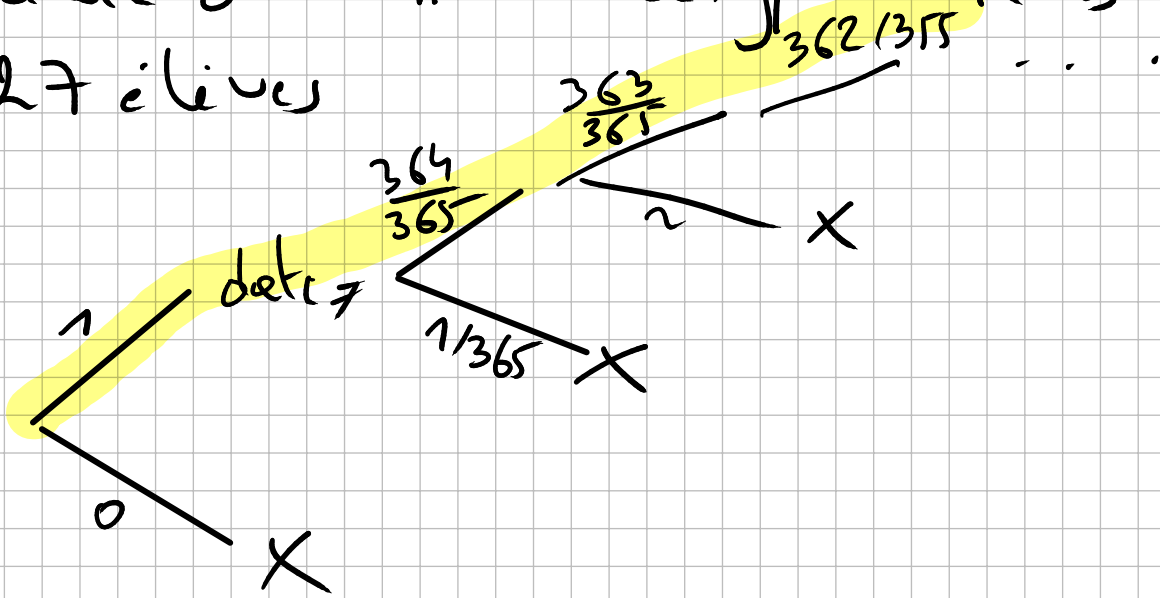
* 26/10

0,03!

A : « deux élèves dans la classe ont la même date d'anniv' »

\bar{A} : « tous les élèves ont une date d'anniv' différente »

27 élèves



$$P(\bar{A}) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots$$
$$\times \frac{339}{365} = \frac{365 \times 364 \times \dots \times 339}{365^{27}}$$
$$= 0,37$$

$$P(A) = 0,63$$