fonctions exponentielles

III] Ce qu'il faut retenir

1. Définition

$a > 0$ est la base de l'exponentielle.

$f(x) = a^x$ est l'exponentielle de base a

- Ex : $f(x) = 1{,}3^x$: exponentielle de base $1{,}3$

  $g(x) = 0{,}6^x$: " " $0{,}6$

2. Propriétés algébriques.

- $a^0 = 1$ $\quad$ $0{,}7^0 = 1$ $\quad$ $2{,}6^0 = 1$
- $a^b \times a^c = a^{b+c}$ $\quad$ ... $\quad$ $2^3 \times 2^5 = 2^8$

  $2^4 \times 2^{-7} = 2^{-3}$
- $a^{-b} = \dfrac{1}{a^b}$ $\quad$ $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $\dfrac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ $\quad$ $\dfrac{3^5}{3^7} = 3^{-2} = \dfrac{1}{9}$ $\quad$ $(a^b)^c = a^{b\times c}$

  $(3^2)^5 = 3^{10}$ $\quad$ $(5^4)^{1/2} = 5^2$

3. Courbe représentative. $a > 0$

4. Variations.

$f(x) = a^x$

$a > 1$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	↗	

$a < 1$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	↘	

IV] Exercices

1. Automatismes

   a. L'écriture décimale de 2^{-2} est :

   $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$

   b. $2^{3,4} \times 2^{1,6} =$

   valeur

   $2^{3,4+1,6} = 2^5 = 32$

   c. $\frac{3^{5,8}}{3^{2,8}} =$

   valeur

   $3^{5,8-2,8} = 3^3 = 27$

   d. $\left(4^{0,25}\right)^8 =$

   valeur

   $4^{0,25\times 8} = 4^2 = 16$

   e. $\left(5^{0,2}\right)^{-5} =$

   $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

   décimale

   $5^{0,2\times(-5)} = 5^{-1} = \frac{1}{5^1} = 0,2$

2. Exercice

   La décroissance radioactive est la réduction du nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon.
   On considère un échantillon de matériaux radioactifs et on note N(t) le nombre de noyaux à l'instant t (exprimé en années).

   On modélise la décroissance radioactive de cet échantillon par la relation : $N(t) = 10 \times 0,5^{\frac{t}{30}}$.

   a. Déterminer le nombre de noyaux de l'échantillon à l'état initial.

   $t = 0 \quad N(0) = 10 \times 0,5^{0/30} = 10$

   b. Déterminer le nombre d'atomes dans l'échantillon au bout de dix ans.

   $N(10) = 10 \times 0,5^{10/30} = 7,93$

   c. Déterminer les variations de la fonction N. Cela est-il cohérent avec la situation modélisée?

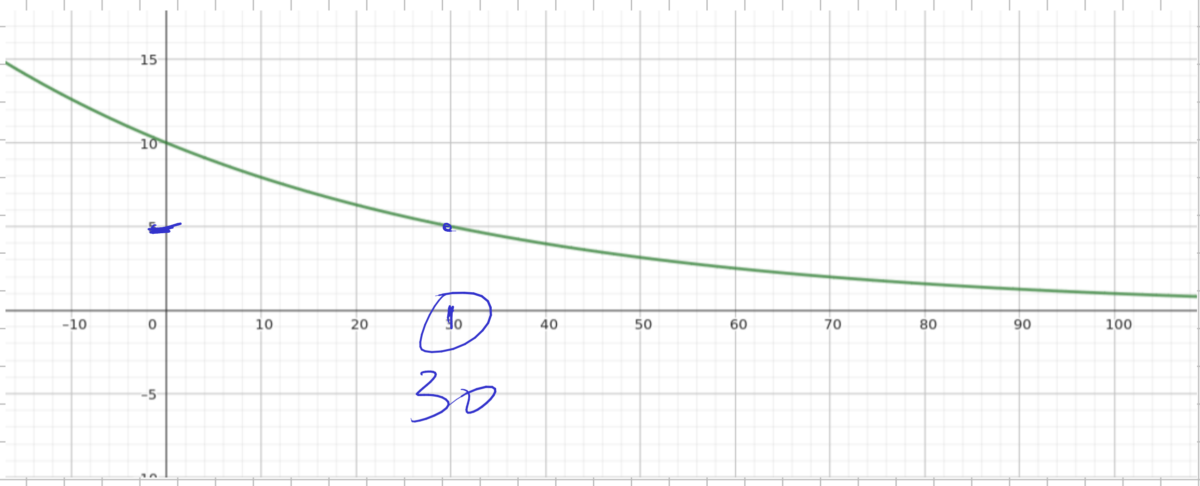
   N décroissante car $0,5 < 1$

   d. On appelle « période radioactive » la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux présents dans l'échantillon est réduit de moitié.
   Déterminer graphiquement la période radioactive de l'échantillon.
   Retrouver ce résultat par le calcul.

   $N(t) = 5 \quad 10 \times 0,5^{\frac{t}{30}} = 5$

   $0,5^{t/30} = \frac{5}{10} = 0,5$

   $\frac{t}{30} = 1 \quad t = 30$



15
10
5
-5
-10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
30